

Esercizio VI

Correggo le prime cinque soluzioni che arrivano nella mia email
niels.benedikter@unimi.it **dopo** lunedì 11 maggio, 12:00.

Soluzione alla lezione di martedì 12 maggio.

Problema 1: Integrali – Teoria

Dimostra: se $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è dispari, $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$ per ogni $a > 0$.

Problema 2: Integrali – Esempi

1. Sia $b \neq -1$ e f una funzione con derivata continua su \mathbb{R} . Dimostra:

$$\int (f(x))^b f'(x)dx = \frac{1}{b+1} (f(x))^{b+1} + c.$$

Prova di trovare una formula anche per $\int (f(x))^b dx$.

2. Qual'è $\int \operatorname{tg}(x)dx$?

3. Qual'è $\int_2^{10} \frac{3x^2}{5x^2+2} x dx$?

Problema 3: Teoria

Si dice che f è una funzione *lipschitziana* nell'intervallo $I \subset \mathbb{R}$ se esiste una costante $L > 0$ per cui:

$$|f(x) - f(\tilde{x})| \leq L|x - \tilde{x}| \quad \forall x, \tilde{x} \in I.$$

1. Dimostra: Una funzione lipschitziana è anche uniformemente continua.
2. Sia f una funzione derivabile nell'intervallo I . Allora f è lipschitziana in I con costante L , se e solo se $|f'(x)| \leq L$ per ogni $x \in I$.

