

## Fisica Matematica 3

### Esercizi di Meccanica Quantistica – Settimana 1

Da consegnare entro **lunedì, 22/04/2024, 15:30** via email (scannerizzato o L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X) a  
Diwakar Naidu, diwakar.naidu@unimi.it

#### Problem 1: Esperimento di Stern–Gerlach: Stato Iniziale (10 punti)

Consideriamo un esperimento di Stern–Gerlach del tipo 4 (analizzatori Z–X–Z). A lezione abbiamo descritto lo stato iniziale come

$$\psi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (|+_z\rangle + |-_z\rangle) .$$

Se invece usiamo lo stato iniziale

$$\psi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (|+_x\rangle + |-_x\rangle)$$

o

$$\psi_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} (|+_z\rangle - |-_z\rangle)$$

otteniamo le stesse intensità finali? Sostenete la vostra risposta con un calcolo.

#### Problem 2: Evoluzione Temporale (5+5 punti)

L'energia totale di un momento magnetico (classico) in un campo magnetico costante  $\vec{B} \in \mathbb{R}^3$  è  $E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ , dove il momento magnetico è legato al momento angolare (classico)  $\vec{S}$  tramite  $\vec{\mu} = g\vec{S}$ , con  $g \in \mathbb{R}$ .

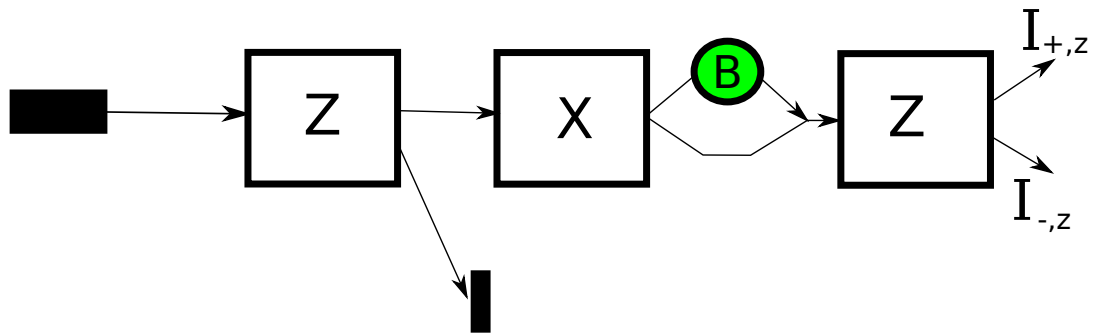
Per analogia, per studiare l'evoluzione temporale dello spin quantistico di un atomo di argento, descritto sullo spazio vettoriale  $\mathcal{H} = \mathbb{C}^2$ , definiamo l'operatore  $H : \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$  tramite

$$H := -g\vec{S} \cdot \vec{B} := -g(B_x S_x + B_y S_y + B_z S_z)$$

con  $S_x$ ,  $S_y$ , e  $S_z$  gli operatori di spin  $\mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$ .

Prendiamo adesso  $\vec{B} = B\vec{e}_z$  (allora  $B_x = B_y = 0$  e  $B_z = B \in \mathbb{R}$ ).

- Calcolate le evoluzioni temporali  $e^{-itH} |+_z\rangle$  e  $e^{-itH} |+_x\rangle$ .
- Consideriamo un esperimento di Stern–Gerlach del tipo 6, ma prima di riunire i raggi creando una nuova sovrapposizione, il raggio che corrisponde allo stato  $|+_x\rangle$  passa per il campo magnetico  $\vec{B} = B\vec{e}_z$  per  $T$  secondi (vedere il grafico).



È possibile trovare  $T \in \mathbb{R}$  tale che le intensità finali sono  $I_{+,z} = 0$  e  $I_{-,z} = 100\%$ ?

Se no, qual'è il massimo raggiungibile per  $I_{-,z}$ , e con quale scelta di  $T \in \mathbb{R}$ ?