

Fisica Matematica 3

Esercizi di Meccanica Quantistica – Settimana 4

Soluzione da consegnare entro **lunedì, 20/5/2024, 15:30** via email (scannerizzata o \LaTeX) a Diwakar Naidu, diwakar.naidu@unimi.it

Problem 1: Stati stazionari (5+5 punti)

Sia \mathcal{H} uno spazio di Hilbert e $U(t)$ un gruppo unitario fortemente continuo. Supponiamo che $U(t)\psi = e^{i\alpha(t)}\psi$ per un vettore $\psi \in \mathcal{H}$, $\psi \neq 0$, e una funzione continua $\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $\alpha(0) = 0$.

- a. Dimostrare che $\alpha(t+s) = \alpha(t) + \alpha(s)$ per ogni $s, t \in \mathbb{R}$.
- b. Dimostrare che $\alpha(t) = \alpha(1)t$ per ogni $t \in \mathbb{R}$.

Problem 2: Rappresentazione proiettiva (10 punti)

Determinare esplicitamente la funzione ω completando l'argomento dato alla fine della dimostrazione del Teorema 4.11.

Problem 3: Pacchetto d'onda Gaussiano (5+5 punti)

Completare la dimostrazione del Corollario 4.13 (i) e (ii).

Suggerimento per (i): Integrazione di contorno nel piano complesso. Questo è un metodo molto importante dell'analisi complessa e spiegato abbastanza bene con esempi su https://en.wikipedia.org/wiki/Contour_integration