



GRAN SASSO SCIENCE INSTITUTE

L'ipotesi ergodica

$$\mu_{N,E,\Lambda}(dp, dq) := \frac{1}{\Omega(N,E,\Lambda)} \delta(H(p,q) - E) \frac{dp dq}{N!}$$

$$\Omega(N,E,\Lambda) := \int_{\mathbb{R}^{3N} \times \Lambda^N} \delta(H(p,q) - E) \frac{dp dq}{N!}$$

Postulato: (Boltzmann)

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T O(S_t(p,q)) dt = \int_{\mathbb{R}^{3N} \times \Lambda^N} O(p,q) \mu_{N,E,\Lambda}(dp, dq)$$

Come immaginare lo spazio di fase?

stato (atipicamente) ordinato

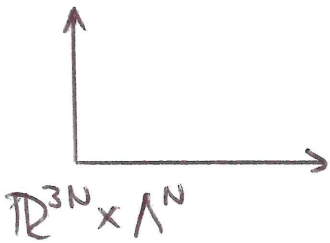
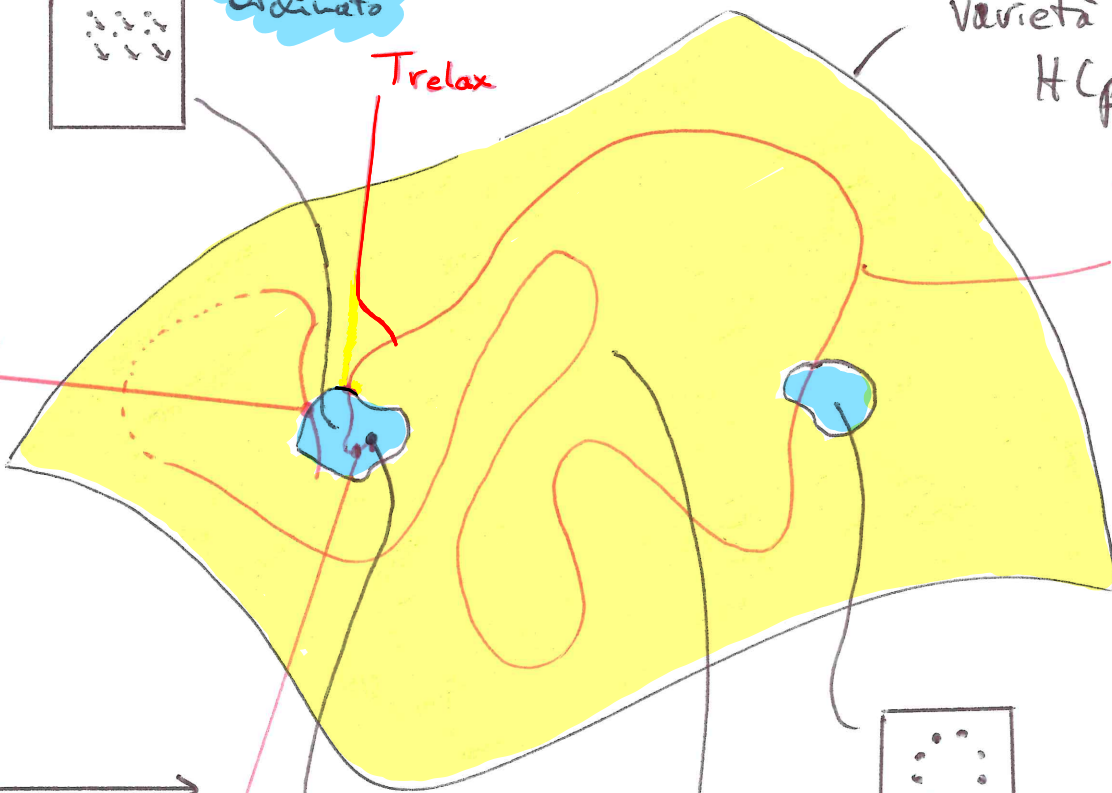


T_{relax}

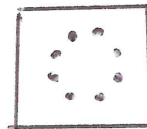
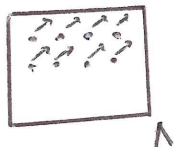
varietà $\{(p,q) : H(p,q) = E\}$

traiettoria $\{S_t(p,q), t \in [0, T]\}$

T_{ritorno}



dato iniziale, per esempio



altri stati atipicamente ordinati



stati tipici, disordinati ("gas")

T_{collisioni}

Scale temporali tipiche:

- $T_{\text{collisioni}}$: N particelle in un volume $|V|$,
allora distanza media tra due particelle
$$\sim \left(\frac{|V|}{N}\right)^{1/3}$$

tempo tra due collisioni:

$$T_{\text{collisioni}} \sim N^{-1/3}$$

per azoto \rightarrow a densità e temperatura ambientale:

$$T_{\text{collisioni}} \sim 10^{-10} \text{ s.}$$

- T_{relax} : Se ho azoto in un volume di 1 litro e aumento improvvisamente il volume a due litri, il tempo di equilibratura (espansione completa nel nuovo volume) è

$$T_{\text{relax}} \sim 10^{-3} \text{ s.}$$

- T_{ritorno} : $T \sim e^N$, $N \sim 10^{23}$
molto più lungo dell'età del universo ($\sim 10^{17} \text{ s}$).

→ La meccanica statistica
è valida per $T \gg T_{relax}$. (3)

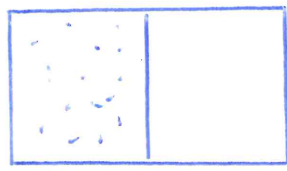
→ Non vediamo mai il ritorno
a una configurazione
"ordinata", dopo T_{relax}
il comportamento è sempre
"disordinato".

Osserviamo l'espansione di
un gas, non il ritorno
di tutte le particelle di
gas in un angolo della stanza.

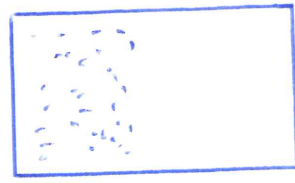
Definizione: Stato microscopico significa
un punto nello spazio di fase
 $(f, q) \in \mathbb{R}^{3N} \times \Lambda^N$

Stato macroscopico significa
l'insieme di tutti gli stati
microscopici con lo stesso numero
di particelle, la stessa energia,
lo stesso volume (N, E, V) .

Per esempio posso cambiare il volume

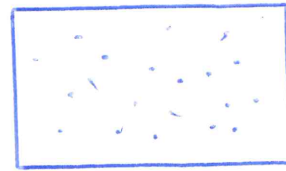


stato microscopico
(N, E, Λ_1)



stato microscopico
(N, E, Λ_1)

dopo un tempo $T \gg T_{relax}$:



(N, E, Λ_2)

non vedo mai il ritorno allo stato (N, E, Λ_1)

(A meno che non usi la forza per spingere sul lato della scatola per comprimere il gas nuovamente in un volume più piccolo.)