

Esercizio VII

Correggo le prime cinque soluzioni che arrivano nella mia email
niels.benedikter@unimi.it **dopo** lunedì 18 maggio, 12:00.

Soluzione alla lezione di martedì 19 maggio.

Problema 1: Approfondimento integrazione di funzioni razionali (per la lezione del 12 maggio, pagina 3 del riassunto)

1. **Denominatore con due radici coincidenti:** Quali sono i valori di $A, B \in \mathbb{R}$ tale che

$$\frac{x}{x^2 + 2x + 1} = \frac{A}{x + 1} + \frac{B}{(x + 1)^2} ?$$

Qual è la primitiva della funzione $\frac{x}{x^2+2x+1}$?

2. **Denominatore senza radici reali:** Usando il metodo spiegato a lezione, qual è l'integrale indefinito

$$\int \frac{1 - 2x}{x^2 + 2x + 5} dx ?$$

Suggerimento: Dopo il primo passo del metodo spiegato a lezione rimane calcolare $\int \frac{1}{x^2+2x+5} dx$. Scriviamo $x^2 + 2x + 5 = (x + 1)^2 + 4$; così l'integrale indefinito $\int \frac{1}{x^2+1} dx = \arctg(x) + c$ è utile per indovinare una primitiva.

3. Qual è

$$\int \frac{t^3 + 2t^2 + t}{t^2 - 2t + 1} dt ?$$

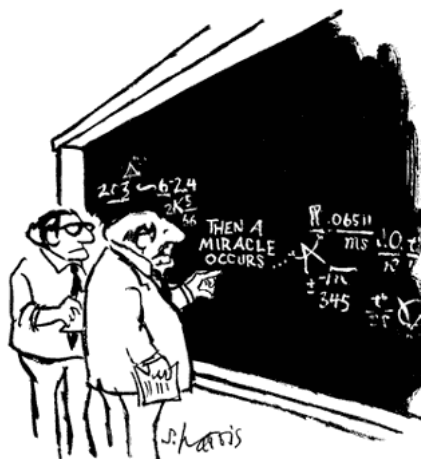
Problema 2: Integrazione per parti e per sostituzione

1. Dimostra la formula di integrazione per parti per l'integrale *definito* (lezione del 12 maggio, pagina 6).
2. Dimostra la formula di integrazione per sostituzione per l'integrale *indefinito* (lezione del 13 maggio, pagina 4).
3. Dimostra la formula di integrazione per sostituzione per l'integrale *definito* (lezione del 13 maggio, pagina 6).

Problema 3: Integrali

Calcola gli integrali seguenti:

$$\begin{aligned} & \int x e^x dx, & \int x \cos(3x) dx, & \int \frac{\ln x}{x^5} dx, \\ & \int 2x \operatorname{arctg}(x) dx, & \int_1^3 (x^2 + 1) \ln(x) dx, & \lim_{n \rightarrow +\infty} \int_1^n \frac{kx + k}{x^3} dx \quad (k \in \mathbb{R}), \\ & \int \arcsin(5x) dx, & \int \frac{x}{x^2 + x + 1} dx, & \int x^2 e^{x^3} dx, \\ & \int_{20}^{33.5} \frac{2x + 3}{x^2 + 3x + 1} dx & \int_2^{\pi/6} \frac{e^x}{1 - e^x} dx. \end{aligned}$$



"I think you should be more explicit here in step two."